

SPICE講座 ~解析アルゴリズムとオプション設定~

サクセス インターナショナル 株式会社

<https://www.success-int.co.jp/>

講師: 小川 公裕

kimihiro.ogawa_si@fc4.so-net.ne.jp

<https://www.success-int.co.jp/ogawa-kimihiro/>

2019.Jun.07

SPICE講座 ~解析アルゴリズムとオプション設定~

2

目次

	Page
1. Spiceの基本的解析アルゴリズム	4
1. 回路図、ネットリスト、行列	10
2. DCOP(直流動作点)／DC／Newton反復／LU分解／計算時間分析／DC感度解析	20
3. AC／AC感度／ノイズ解析	46
4. その他の解析	54
AC伝達関数／極零点／Sパラメータ／反射係数	
2. DC解析の各種設定方法	60
1. reltol, abstol, vntol, GminDC	68
2. nodeset、ホモトピー法	78
3. Tran解析の各種設定方法	99
1. Tran(過渡) 解析計算手順	100
2. reltol, abstol, vntol, Gmin,	108

	Page
3. 積分法の選択	118
4. 局所打切り誤差 LTE、chgtol	136
5. 電荷保存	146
6. フーリエ変換	160
4. 付録1 Spiceの本質は非線形連立微分方程式	174
1. ストレートボールの軌跡	175
2. ΣΔ ADCの原理	183
5. 付録2	189
1. 根の近似	190
2. 伝達関数の近似	192
3. 線形回路の圧縮	195
4. 共役勾配法	201
最後に	203

2019.Jun.07

SPICE講座 ~解析アルゴリズムとオプション設定~

3

SPICE講座 ~解析アルゴリズムとオプション設定~

- 回路シミュレータ(Spice)の内部計算手法まで理解することで、正しく賢い使い方を学びます。LTSpiceとEXCELを用いた実習があり、例題は主にイメージセンサを念頭においています。
- Spiceは既に半世紀の時を経て、いまだにLSI設計の土台になるツールとして、アナログ回路は元よりデジタル回路の特性検証、ライブラリー生成、メモリー、CMOSセンサの検証、さらには自動車のモーター・機械部品に至るまで幅広く利用され、また、他の上位のシミュレータの精度を検証する手段としても使われる非常に重要なツールです。
- かつて日本でも半導体各社が自社製Spiceを作っていて、内部の計算手法まで分かっていたので、Spiceを賢く使う方法を理解していました。
- しかし、最近はそのような人材の引退に伴い、SpiceをEDAベンダーから購入するようになってブラックボックス化してしまったため、Spiceの結果を盲目的に信じたり、無駄な計算設定していたりの問題が発生しています。
- Spiceは使い方が不適切だと、嘘の答えを出したり、無意味に遅かったりすることを理解して、必要な精度を最短時間でシミュレーションする方法を学びます。
- このような内容はEDAベンダーの講習会や従来の講座では説明されたことがありません。

2019.Jun.07

SPICE講座 ~解析アルゴリズムとオプション設定~

2

サンプル

1-1. ネットリストから回路行列

ネットリストを1行づつ
回路行列に取り込んで
行く様子

ネットリスト

il 1 0 I

r1 2 1 R1

r2 3 2 R2

c1 2 0 C1

c2 3 0 C2

$$\begin{aligned}
 & [0][v_1] = [I] \\
 & \begin{bmatrix} G_1 & -G_1 \\ -G_1 & G_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I \\ 0 \end{bmatrix} \\
 & \begin{bmatrix} G_1 & -G_1 & 0 \\ -G_1 & G_1 + G_2 & -G_2 \\ 0 & -G_2 & G_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\
 & \begin{bmatrix} G_1 & -G_1 & 0 & 0 \\ -G_1 & G_1 + G_2 + C_1 d/dt & -G_2 & 0 \\ 0 & -G_2 & G_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\
 & \begin{bmatrix} G_1 & -G_1 & 0 & 0 & 0 \\ -G_1 & G_1 + G_2 + C_1 d/dt & -G_2 & 0 & 0 \\ 0 & -G_2 & G_2 + C_2 d/dt & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G=1/R & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ I \\ V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

2019.Jun.07

SPICE講座 ~解析アルゴリズムとオプション設定~

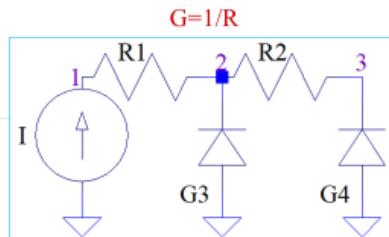
15

1-2. 非線形要素を含む DC 解析



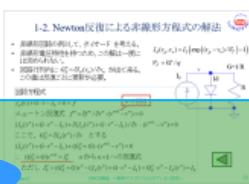
1 KCL → MNA

$$\begin{bmatrix} G_1 & -G_1 & & \\ -G_1 & G_1 + G_2 + G_3(v) & -G_2 & \\ & G_2 + G_4(v) & G_4 & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$



2 Newton 法による線形反復化

$$\begin{bmatrix} G_1 & -G_1 & & \\ -G_1 & G_1 + G_2 + G_3^n & -G_2 & \\ & G_2 + G_4^n & G_4^n & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1^{n+1} \\ v_2^{n+1} \\ v_3^{n+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I \\ G_3^n \cdot v_2^n - I_3^n(v_2^n) \\ G_4^n \cdot v_3^n - I_4^n(v_3^n) \end{bmatrix}$$



サンドボックス

2019.Jun.07

SPICE 講座 ~ 解析アルゴリズムとオプション設定 ~

25

1-2. Newton 反復による非線形方程式の解法



- 非線形回路の例として、ダイオードを考える。
- 非線形電圧特性を持つため、この解は一度には求められない。
- 回路行列内に $G_d^n = \partial I_d(v_n) / \partial v_n$ が出て来る。この値は反復ごとに更新が必要。

回路方程式

$$I_d(v) + G \cdot v - I_0 = 0 = f$$

$$\text{ニュートン反復式 } f^n + \frac{\partial f^n}{\partial v^n} \cdot (v^{n+1} - v^n) = 0$$

$$(I_d(v^n) + G \cdot v^n - I_0) + \frac{\partial(I_d(v^n) + G \cdot v^n - I_0)}{\partial v} \cdot (v^{n+1} - v^n) = 0$$

ここで、 $G_d^n = \partial I_d(v^n) / \partial v$ とする

$$(I_d(v^n) + G \cdot v^n - I_0) + (G_d^n + G) \cdot (v^{n+1} - v^n) = 0$$

$$\therefore (G_d^n + G)v^{n+1} = I_0^n \quad n \text{ から } n+1 \text{ への反復式}$$

$$\text{ただし } I_0^n = (G_d^n + G)v^n - (I_d(v^n) + G \cdot v^n - I_0) = G_d^n \cdot v^n - I_d(v^n) + I_0$$



2019.Jun.07

SPICE 講座 ~ 解析アルゴリズムとオプション設定 ~

1-2. Newton 反復による非線形方程式の解法



- 非線形方程式、例えば $f(v) = \exp(-v) - v_0 = 0$ 等を解くには、一般的には数値計算による近似解法を用いる。
- Newton 反復法は下に示すように $df(v)/dv$ を用いて解を近似し、誤差が充分小さくなるまで繰り返す。
- 単純化のため1次元での収束の様子を右下の図に示す。

Newton Raphson Iteration Method

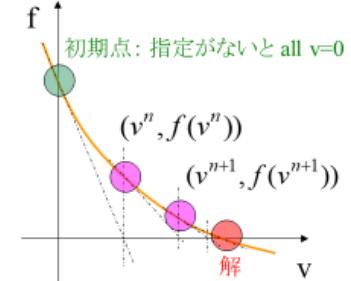
Newton 反復法

$$f(v) = 0 \text{ を解くには}$$

$$f(v) + \frac{\partial f}{\partial v} \cdot \Delta v = 0 \text{ を繰り返して解く}$$

$$\Delta v^{n+1} = -f(v^n) \cdot \frac{\partial v^n}{\partial f^n}$$

$$v^{n+1} = v^n + \Delta v^{n+1}$$



2019.Jun.07

SPICE 講座 ~ 解析アルゴリズムとオプション設定 ~

22

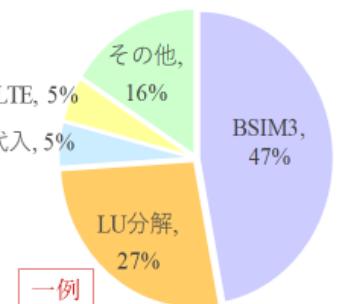
1-2. Spice の計算時間がかかるところ



MOS モデル計算

- ざっくり Spice の計算時間の半分。
- 微細化しモデルが新しく複雑になる毎に計算時間も増加。
 - 微細化、不均一性、3次元形状、ゲートリーク、セルフヒート、ストレス、非対称性、レイアウト依存、、、
- ただし MOS の計算は全て独立なので、並列化すると素直に高速化される。

Spice 内の計算時間割合



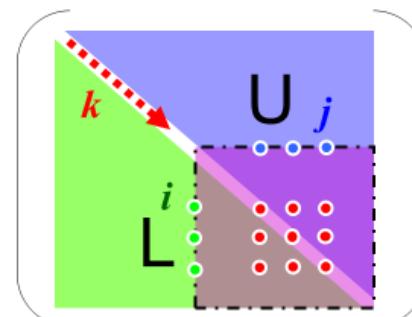
一例

2019.Jun.07

SPICE 講座 ~ 解析アルゴリズムとオプション設定 ~

29

1-2. LU分解 の計算イメージ図示



●と●を掛けて、
●から引く

- L と U は元の G 行列に格納するして節約
- 計算は左上から右下に向かって対角線上を進む
- 次の計算を順次実行

$$g_{ij} \rightarrow g_{ij} - l_{in} \cdot u_{nj}$$

$$\begin{bmatrix} l_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ l_{21} & l_{22} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ l_{n1} & l_{n2} & \cdots & l_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & u_{12} & \cdots & u_{1n} \\ 0 & 1 & \cdots & u_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix}$$

LU分解

$$k=1 \rightarrow n-1$$

$$u_{kj} = g_{kj}^{k-1} / g_{kk}^{k-1}$$

$$j = k \rightarrow n$$

対角項を1にする

●と●を掛け
●から引く

$$l_{ik} = g_{ik}^{k-1}$$

$$i = k+1 \rightarrow n$$

●と●を掛け
●から引く

$$g_{ij}^k = g_{ij}^{k-1} - l_{ik} u_{kj}$$

$$i = k+1 \rightarrow n, j = k+1 \rightarrow n$$

●と●を掛け
●から引く

2019.Jun.07

SPICE講座 ~解析アルゴリズムとオプション設定~

38

Spectre	Spice2/Hspice
iabstol	abstol
vabstol	vntol

2-1. reltol, abstol, vntol



- Spiceのオプションで、基本的なのが **reltol**、**abstol**、**vntol** の3つである。これらは精度上の十分条件であり、デフォルト値は夫々 1m、1pA、1uV。
- これらの値を正しく決めないと回路によっては、緩すぎて精度が取れない、きつ過ぎて無意味に計算時間がかかる、等の状況に陥る。
- 下記③式 KCL誤差はSpice2では考慮されていなかったが、根本的な誤差指標であり、Cadence社Spectreによって追加された。

$$\textcircled{1} |v^n - v^{n-1}| < \text{reltol} \cdot \max(v^n, v^{n-1}) + \text{vntol}$$

電圧誤差

$$\textcircled{2} |i^n - i^{n-1}| < \text{reltol} \cdot \max(i^n, i^{n-1}) + \text{abstol}$$

電流誤差

$$\textcircled{3} |\sum_{node m} i_m^n| < \text{reltol} \cdot \max(|\sum_{node m} i_m^{n-1}|, |\sum_{node m} i_m^n|) + \text{abstol}$$

KCL誤差

ここでは $\sum_m i_m$ は 0 となるはずで、実質的には **abstol** が判定基準

2019.Jun.07

SPICE講座 ~解析アルゴリズムとオプション設定~

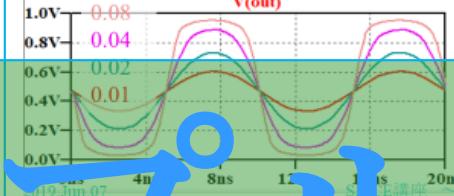
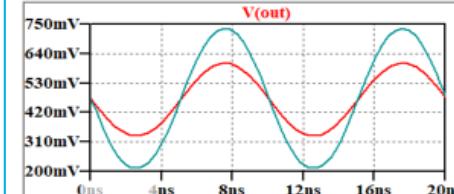
68

1-3. 実習 AC(交流)解析

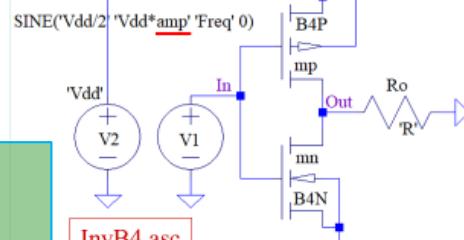


- AC解析はあくまでもDCOP動作点バイアス条件で、非線形要素を線形近似した**疑似回路**の解析なので、**小信号**に対してのみ有効である。即ち大信号の解析にはTran(過渡)解析を使う必要がある。

amp 0.02 超えでは歪み → AC解析不適



```
.lib "BSIM4.mos"
.params Vth0N=0.25 Vth0P=-0.25 Lp=28n Ln=28n
.params Wp=100n Wn=50n Lsd=60n R=1Meg amp=0.02
.params Vdd=1 Freq=100Meg T={1/Freq}
.tran {T/100} {2*T}
* step param amp list 0.08 0.04 0.02 0.01
.step param amp list 0.02 0.01
```



47

Spectre	Spice2/Hspice
iabstol	abstol
vabstol	vntol

2-1. reltol, abstol, vntol 計算誤差から考えてみる

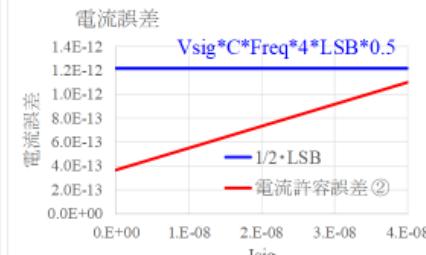
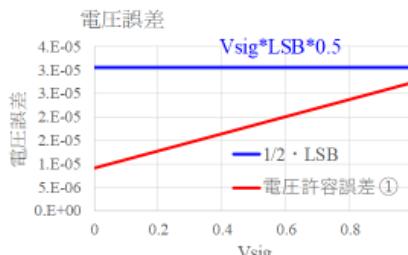


- ① $|v^n - v^{n-1}| < \text{reltol} \cdot \max(v^n, v^{n-1}) + \text{vntol}$
- ② $|i^n - i^{n-1}| < \text{reltol} \cdot \max(i^n, i^{n-1}) + \text{abstol}$

$$\textcircled{1} |v^n - v^{n-1}| < \text{reltol} \cdot \max(v^n, v^{n-1}) + \text{vntol}$$

$$\textcircled{2} |i^n - i^{n-1}| < \text{reltol} \cdot \max(i^n, i^{n-1}) + \text{abstol}$$

Vsig	C	Freq	LSB: 2^{-14}
1.000E+000	1.000E-15	1.000E+07	6.104E-05
reltol	1.831E-05	LSB 0.3	
vntol	9.155E-06	Vsig*reltol*0.5	
abstol	3.662E-13	Vsig*C*Freq*4*reltol*0.5	



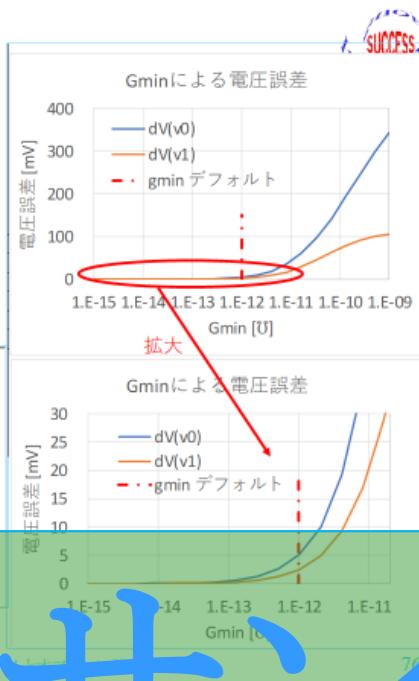
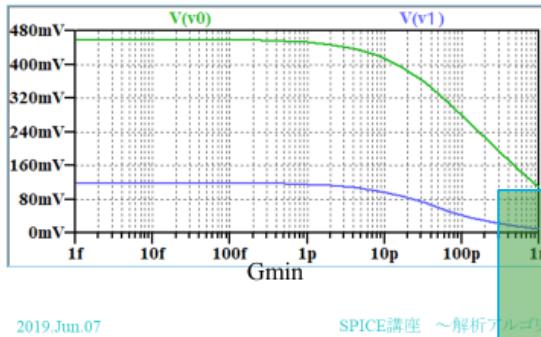
2019.Jun.07

SPICE講座 ~解析アルゴリズムとオプション設定~

72

2-1. 実習 GminDC

- Gminのデフォルト値 $1p$ [V] が絶妙な値であることが分かる。
- しかしながら、DCOPの精度として $m[V]$ かそれ以下が要求される場合 $1p$ [V] では不十分であることも分かる。
- 可能なら GminDC は 0 にしておきたい。



2-2. nodesetの効果

ニュートン法の反復

$i(v)=0$ を解く \Rightarrow 線形化

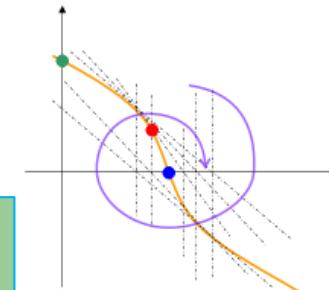
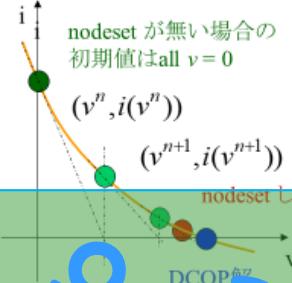
$i(v)+\partial i / \partial v \cdot \Delta v=0$ を解く

$$\Delta v^{n+1} = -i(v^n) \cdot \partial v^n / \partial i^n$$

$$v^{n+1} = v^n + \Delta v^{n+1}$$

何もしないと 全てのノード電圧=0 から計算
例え不正確でも初期値を与えるのは重要

DCOP収束困難な例
DCOP解 ● の周りをグルグル回転する
初期値 ● を与えると早く収束する



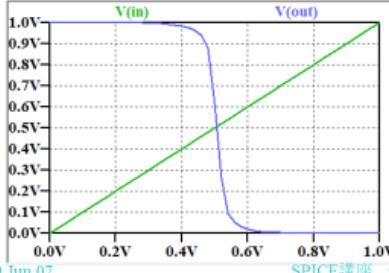
SPICE講座 ~解析アルゴリズムとオプション設定~

79

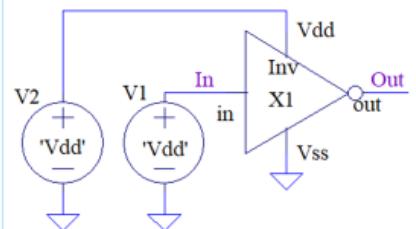
2-2. 実習 nodeset

- 前項のような多段インバーター接続が収束困難を起こす理由。
- Invの論理Vth付近の増幅率 = -15
これがN段では $(-15)^N$ となり初段 Vin の僅かなずれが最終段 Vout の大きな差となるため

vm: v(out)=0.506228 at 0.506228
vh: v(out)=0.798021 at 0.486228
vl: v(out)=0.211401 at 0.526228
slope: (vl-vh)*25/vdd=-14.6655



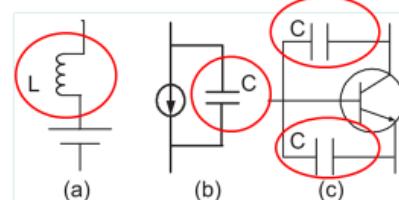
```
.lib "BSIM4.mos"
.params Vth0N=0.25 Vth0P=-0.25
.params Lp=28n Ln=28n Wp=100n Wn=50n Lsd=60n
.params Vdd=1
.dc lin V1 0 'Vdd' 'Vdd/50'
.measure dc Vm find v(out) when v(in)=v(out)
.measure dc Vh find v(out) when v(in)=Vm-Vdd/50
.measure dc Vl find v(out) when v(in)=Vm+Vdd/50
.measure slope param (Vl-Vh)*25/Vdd
```



SPICE講座 ~解析アルゴリズムとオプション設定~

2-2. 実習 モモヒー法 ptran, dptran 一般論

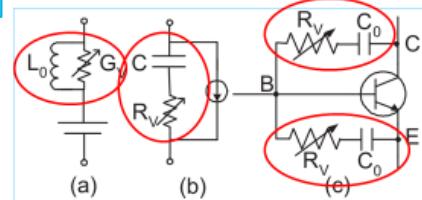
- 大概の市販Spiceにある機能
- LTS spiceはdptran



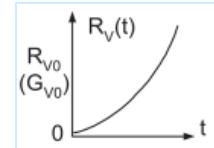
PTA: Pseud Transient Analysis

PTA: Pseud Transient Analysis

DCOPを過渡解析の∞時間後=定常状態として求める。電圧源に直列にインダクター、電流源には並列に容量を入れ過渡解析を状態が安定するまで行う。定常状態では $L=0, C=\infty$ と見做せる。



DPTA: Damped Pseudo Transient Analysis



DPTA:
PTAは強力だが、もし回路がたまたま発振するとDCOP解を求めることが不可能となる。そこでダンピング用の可変抵抗を入れて、発振を抑えながら過渡解析する。

SPICE講座 ~解析アルゴリズムとオプション設定~

97

3-1. Tran(過渡) 解析 計算手順



- ネットリストとモデルファイルを読み込む
- DCOP: DC動作点解析を実行。時刻0における定常状態を求める。
 - 非線形方程式(回路行列)の作成
 - KCL(キルヒホフの電流則)に基づいた MNA(修正接点解析)による定式化
 - 非線形方程式の線形化(近似)と求解
 - 収束判断 $|v_\theta^n - v_\theta^{n-1}| < \epsilon$ なら終了、違えば②へ
- Transient: 過渡解析を実行。
 - 時間を更新 $t_k \rightarrow t_{k-1} + h_k$
 - 時刻 t_k における非線形方程式の作成
 - 線形化
 - $|v^n(t_k) - v^{n-1}(t_k)| < \epsilon$ なら終了、違えば③へ
 - $t \leq Tend$ なら①-④の繰り返し

ニュートン反復(非線形方程式)の添え字 n は上に、時間を示す添え字 k は下に書くことにする

2019.Jun.07

SPICE講座 ~解析アルゴリズムとオプション設定~

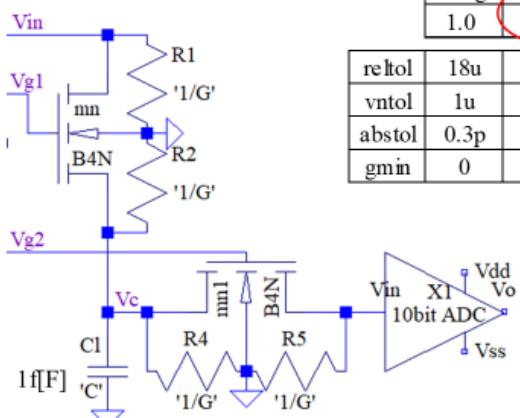
100

Spectre	Spice2/Hspice
iabstol	abstol
vabstol	vntol

3-2. reltol, abstol, vntol, Gmin



- Tranでは Gmin に対して漏れ電流と言う観点から計算する



Vsig	C	Freq	LSB: 2^{-14}
1.0	1.000E-15	1.000E+07	6.104E-05

reltol	18u	1.831E-05	LSB*0.3
vntol	1u	9.155E-06	Vsig*reltol*0.5
abstol	0.3p	3.662E-13	Vsig*C*Freq*4*reltol*0.5
gmin	0	3.662E-13	abstol/Vsig

vntol はデフォルト値以上なので、デフォルトを使う
vntol=1u[V]
abstol=0.3p[A]
gmin は 0 がほしい
入れるなら gmin=0.3p[U]

2019.Jun.07

SPICE講座 ~解析アルゴリズムとオプション設定~

109

3-1. Spiceのオプション(再掲)



Spectre	Spice2/Hspice	LTS spice	既定値	説明
gmin	gmin	gmin	1p [0]	収束性改善のため全PN接合に並列に追加されるコンダクタンス
gminDC	gmin/gminDC			DC解析でのgmin
iabstol	abstol	abstol	1p [A]	電流の絶対許容誤差
reitol	reitol	reitol	1m	相対許容誤差…最重要パラメータ
	chgtol	chgtol	10f [C]	電荷の絶対許容誤差
Iteratio $\approx 2^*trtol$	trtol	trtol	1	過渡解析の時間刻みを決定するための局所打切り誤差パラメータ
vabstol	vntol	volttol	1u [V]	電圧の絶対許容誤差

Spectre	Spice2/Hspice	LTS spice	説明
maxstep	Tmax	dTmax	過渡解析で時間刻みの上限値
readns	.nodeset	.nodeset	DCOP解析の初期値設定
readic	.ic	.ic	Tran解析の時刻0の値設定
skipdc	uic (.tran)	uic (.tran)	DCOP解析をスキップしてTran解析

2019.Jun.07

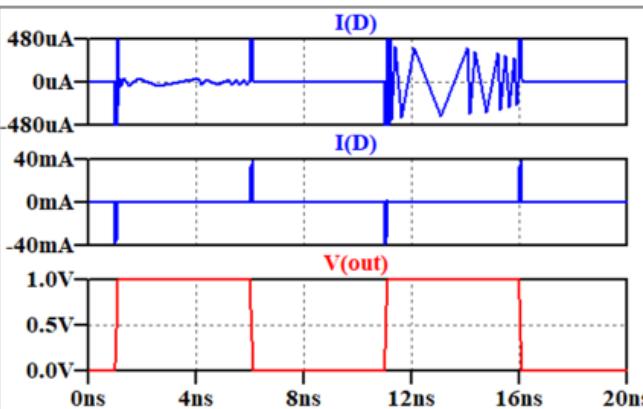
SPICE講座 ~解析アルゴリズムとオプション設定~

102

3-3. 実習 RC回路 積分法の選択 台形法

回路の問題ではなく積分法の問題

Diode.asc



電流波形に時間刻みごとに十を繰り返す振動(リンギング)が見える。

これは回路の問題ではなく積分法から来る数値計算上の問題。

ただし、その平均値は正しいと考えられる。精度が悪い訳ではないし、計算速度が落ちる訳でもない。

2019.Jun.07

SPICE講座 ~解析アルゴリズムとオプション設定~

126